Solution 4.2

(1) $\vec{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

(2) $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

(3) $OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(4) $a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

(5) $\vec{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$\vec{OM} \cdot \vec{i} = x \underbrace{\vec{i} \cdot \vec{i}}_{=1} + y \underbrace{\vec{j} \cdot \vec{i}}_{=0} + z \underbrace{\vec{k} \cdot \vec{i}}_{=0} = x$

car $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ forment une base orthonormée : les 3 vecteurs sont perpendiculaires entre eux et leur longueur est 1.

$\vec{i} \cdot \vec{i} = \|\vec{i}\| \times \|\vec{i}\| \times \cos 0 = 1 \times 1 \times 1 = 1$

On ne sait pas diviser par un vecteur, mais on peut utiliser un produit scalaire pour obtenir la coordonnée voulue d'un vecteur.

(6) $a_y = \vec{a} \cdot \vec{j}$

(7) $x(t) = 2t + 1$
$y(t) = -4t^2 + 3t - 2$
$z(t) = 0$

$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t+1) = \underline{2 = v_x}$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(2) = \underline{0 = a_x}$

(8) $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-4t^2 + 3t - 2\right) = \underline{-8t + 3 = v_y}$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-8t + 3\right) = \underline{-8 = a_y}$

Solution 4.2 (suite)

$x(t) = v_0 \cos(\alpha) t + x_0$

$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t + y_0$

$z(t) = 0$

9 $v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_0 \cos\alpha \, t + x_0\right) = v_0 \cos\alpha$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_0 \cos\alpha\right) = 0$

10 $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha \, t + y_0\right) = -g t + v_0 \sin\alpha$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-g t + v_0 \sin\alpha\right) = -g$