Solution 4.5 $x(t) = -v_0\left(t + \tau e^{-t/\tau}\right)$ $y(t) = z(t) = 0$ si rien n'est dit.

(v_0 et τ sont des constantes ≥ 0)

① $v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-v_0 t - v_0 \tau e^{-t/\tau}\right)$

$= -v_0 - v_0\tau\left(-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}\right) = -v_0 + v_0 e^{-t/\tau}$

$= \underline{v_0\left(e^{-t/\tau} - 1\right) = v_x(t)}.$

$v_y = \frac{dy}{dt} = 0$

$v_z = \frac{dz}{dt} = 0$

② $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-v_0 + v_0 e^{-t/\tau}\right) = v_0\left(-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}\right)$

$a_x(t) = -\frac{v_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0$

$a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0$

② $v_x(t) \xrightarrow[t\to+\infty]{} -v_0$ v_0 est ~~la~~ une vitesse et c'est la vitesse vers laquelle tend le système (au signe près).

③ $\vec{a}\cdot\vec{v} = a_x \times v_x + a_y \times v_y + a_z \times v_z$

$= \underbrace{v_0}_{\geq 0}\underbrace{\left(e^{-t/\tau} - 1\right)}_{(\leq 0 \text{ pour } t\geq 0)} \times \underbrace{\left(-\frac{v_0}{\tau}\right)}_{\leq 0}\underbrace{e^{-t/\tau}}_{\geq 0}$ $e^x > 0\ \forall x$

$e^{-t/\tau} - 1 = 0$ $e^{-t/\tau} = 1$ $\ln\left(e^{-t/\tau}\right) = -t/\tau = \ln(1) = 0$

$\vec{a}\cdot\vec{v} \geq 0$ pour $t \geq 0$: mouvement accéléré

$\vec{a}\cdot\vec{v} \leq 0$ pour $t \leq 0$, mouvement décéléré