Solution 4.7

(1) ici la fréquence correspond au nombre de tour par seconde.
$f = 1\ Hz = 1\ s^{-1}$

(2) $v_x = \frac{dx}{dt} = -r \times (2\pi f) \sin(2\pi f t)$ (1).

$v_y = \frac{dy}{dt} = r \times (2\pi f) \cos(2\pi f t)$

car $[f(u(x))]' = u'(x) \times f'(u(x))$ - Pour (1), on a $f = \cos$ et $u(x) = 2\pi f x$

(3) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ $\quad v_x^2 + v_y^2 = (r \times 2\pi f)^2 \sin^2(2\pi f t) + (r \times 2\pi f)^2 \cos^2(2\pi f t)$

$= (r \times 2\pi f)^2 [\underbrace{\sin^2(\ ) + \cos^2(\ )}_{1}]$

$= (r \times 2\pi f)^2$

d'où $\underline{v = 2\pi f r}$ Application numérique : $\underline{v = 2{,}5\ m/s}$.
La valeur de la vitesse ne dépend pas du temps, le mouvement est uniforme.

(4) $a_x = \frac{dv_x}{dt} = -r (2\pi f)^2 \cos(2\pi f t)$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -r (2\pi f)^2 \sin(2\pi f t)$

(5) $a_x^2 + a_y^2 = [r (2\pi f)^2]^2 [\underbrace{\cos^2(2\pi f t) + \sin^2(2\pi f t)}_{= 1}]$

d'où $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \underline{r (2\pi f)^2 = a}$ A.N. $a = 15{,}79\ m.s^{-2}$

(6) Pour un mouvement circulaire uniforme, on a $\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{N}$
où $\vec{N}$ pointe vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire.

$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi f r)^2}{r} = \underline{4\pi^2 f^2 r} = 15{,}79\ m.s^{-2}$

On retrouve bien la même valeur qu'à la question (5) ce qui est normal.