EXERCICES — Chapitre 4 – Description d'un mouvement

Exercice 4.1 **Pourquoi prendre des référentiels différents ?**

(1) Donner la trajectoire de la Lune dans le référentiel géocentrique

(2) Donner la trajectoire de la Lune dans le référentiel héliocentrique

(3) Que peut-on conclure quand à ce mouvement (c'est celui de la Lune dans les 2 cas) ?

Exercice 4.2 **Vecteurs et notation**

(1) Rappeler la notation utilisée pour les vecteurs position, vitesse et accélération.

(2) Rappeler le lien entre ces vecteurs.

(3) Exprimer la longueur du vecteur position en fonction de ces coordonnées.

(4) Exprimer la valeur de l'accélération en fonction des coordonnéesdu vecteur accélération.

(5) Comment obtenir la coordonnée x d'un vecteur quelconque (on pourra travailler sur le vecteur position) ?

(6) Comment obtenir la coordonnée y du vecteur accélération ?

Pour la suite de l'exercice, on a $x(t) = 2t + 1$, $y(t) = -4t^2 + 3t - 2$ et $z(t) = 0$.

(7) Quel est le lien entre x et v_x ? Déterminer v_x et a_x.

(8) Quel est le lien entre y et v_y ? Déterminer v_y et a_y.

Pour la suite de l'exercice, α est un angle constant, v_0 est une vitesse initiale constante, g correspond à la valeur du champ de pesanteur au niveau du sol. x_0 et y_0 sont des positions initiales. $x(t) = v_0 \cos(\alpha)t + x_0$, $y(t) = -gt^2/2 + v_0 \sin(\alpha)t + y_0$ et $z(t) = 0$.

(9) Quel est le lien entre x et v_x ? Déterminer v_x et a_x.

(10) Quel est le lien entre y et v_y ? Déterminer v_y et a_y.

Exercice 4.3 **Vecteur vitesse et accélération**

On considère les lois horaires $x(t) = v_0 t$, $y(t) = 0$ et $z(t) = 0$. v_0 est une constante.

(1) Déterminer les vecteurs vitesse et accélération.

(2) A quoi correspond la constante v_0 ?

(3) Est-ce un mouvement décéléré ? uniforme ? accéléré ?

(4) Comment peut-on qualifier ce mouvement ?

Exercice 4.4 **Vecteur vitesse et accélération**

On considère la loi horaire $x(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t$ où g et v_0 sont des constantes.

(1) Déterminer les vecteurs vitesse et accélération.

(2) A quoi correspond la constante v_0 ?

(3) Est-ce un mouvement décéléré ? uniforme ? accéléré ?

(4) Comment peut-on qualifier ce mouvement ?

Exercice 4.5 **Vecteur vitesse et accélération**

On considère la loi horaire $x(t) = -v_0 \left(t + \tau e^{-t/\tau}\right)$ où τ et v_0 sont des constantes positives. On rappelle que $\left(e^{at}\right)' = ae^{at}$.

(1) Déterminer les vecteurs vitesse et accélération.

(2) A quoi correspond la constante v_0 ?

(3) Est-ce un mouvement décéléré ? uniforme ? accéléré ?

(4) Comment peut-on qualifier ce mouvement ?

Exercice 4.6 **Vecteur vitesse et accélération**

On considère les lois horaires $x(t) = v_0 \cos(\alpha)t + x_0$, $y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + y_0$ et $z(t) = 0$.
v_0, g, α, x_0 et y_0 sont des constantes.

(1) Déterminer les vecteurs vitesse et accélération.
(2) Est-ce un mouvement décéléré ? uniforme ? accéléré ?
(3) Quelle est l'équation de la trajectoire ? A quel type de mouvement cela correspond-t-il ?

Exercice 4.7 **Fronde**

Une fronde permet de lancer un caillou. Dans l'antiquité, il y a eu des corps d'armée équipés de fronde. Dans la phase où la fronde tourne autour du poignet, le caillou (de masse 40 g) décrit une trajectoire plane et circulaire de rayon $r = 40$ cm. Le caillou fait un tour en 1.00 seconde. Les équations horaires sont

$$x(t) = r\cos(2\pi f t)$$
$$y(t) = r\sin(2\pi f t)$$

(1) Quelle est la fréquence f du mouvement du caillou ? La fréquence d'un phénomène périodique est le nombre d'occurence du phénomène pendant 1 seconde.
(2) Déterminer le vecteur vitesse du caillou.
(3) En déduire la valeur de la vitesse du caillou au cours du mouvement. Que peut-on conclure ?
(4) Déterminer le vecteur accélération à partir du vecteur vitesse.
(5) En déduire la valeur de l'accélération.
(6) Déterminer le vecteur accélération du caillou à l'aide du repère de Frenet.
(7) En déduire la valeur de l'accélération. Conclure.

Exercice 4.8 **Démonstration de la formule du repère de Frenet**

On considère un mouvement circulaire de centre O.
On utilise un premier référentiel $(0, \vec{i}, \vec{j})$ pour décrire le mouvement d'un point M. Les vecteurs de base $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont constants au cours du temps.
Le repère de Frenet est un repère local, qui suit le mouvement du point M : il s'agit du repère $(M, \vec{T}, \vec{N})$.
L'angle entre le vecteur $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{i}$ est noté θ et vaut au cours du temps $\theta = \omega t$. On peut aussi montrer que pour un mouvement circulaire, en tout point de la trajectoire, on a $v = r\omega$.

(1) Faire un schéma de la trajectoire et représenter les deux repères.
(2) Exprimer le vecteur $\vec{T}$ dans le référentiel $(0, \vec{i}, \vec{j})$.
(3) Faire de même pour le vecteur $\vec{N}$.
(4) Justifier que le vecteur vitesse peut s'écrire $\vec{v} = v\vec{T}$.
(5) En déduire le vecteur accélération $\vec{a}$ à l'aide des premières questions. On devra retrouver la formule vue en cours.