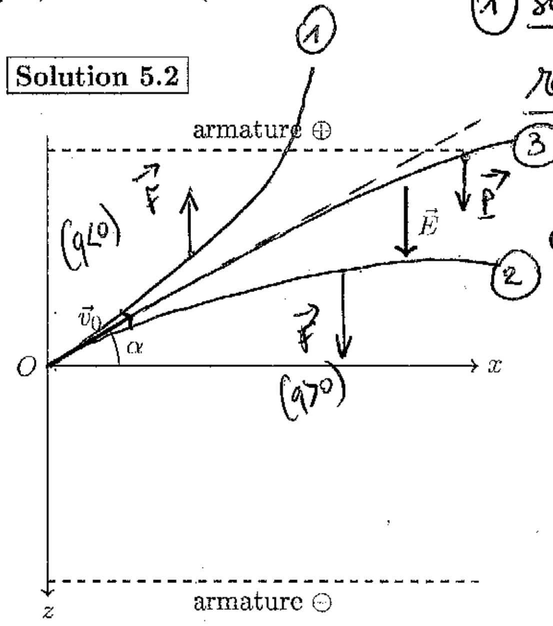
(1) électron (2) proton (3) neutron
$(q<0)$ $(q>0)$ $(q=0)$

Solution 5.2



(1) Système = { particule de masse m et de charge q }

référentiel du laboratoire supposé galiléen (pour pouvoir appliquer le PFD)

cinématique : $\vec{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ $\vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

bilan des forces (qui seront exprimées dans le référentiel choisi).

* le poids $\vec{P} = m\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}$
* la force électrique $\vec{F} = q\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ qE \end{pmatrix}$

particule	rapport $F/P = (qE)/(mg)$
électron	$(1{,}6\times10^{-9}\times100)/(9.109\times10^{-31}\times9.81) \simeq 2\times10^{12}$
neutron	0 (car $q=0$)
proton	$(1.6\times10^{-9}\times100)/(1.67\times10^{-27}\times9.81) \simeq 10^{10}$

Pour l'électron et le proton, $F \gg P$ donc on va négliger le poids devant la force électrique.

Principe fondamental de la dynamique

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F_i} = \vec{F} \qquad m\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ qE \end{pmatrix} \text{ d'où } \boxed{\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = \frac{qE}{m} \end{array}}$$

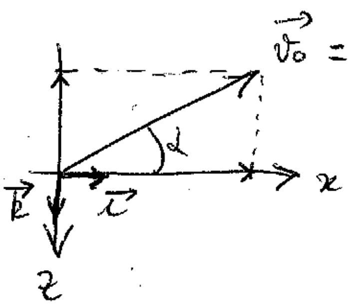
Calcul de $\vec{v}$: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \qquad v_x(t) = C_1$$
$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \qquad v_y(t) = C_2$$
$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{qE}{m} \qquad v_z(t) = \frac{qE}{m}t + C_3$$

constantes

Suite (5.2)

Condition initiale sur $\vec{v}$



$\vec{v_0} = v_{0x}\,\vec{i} + v_{0z}\,\vec{k}$

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$
$v_{0z} = -v_0 \sin\alpha$
$v_{0y} = 0$

$$\vec{v_0} = \begin{pmatrix} v_0\cos\alpha \\ 0 \\ -v_0\sin\alpha \end{pmatrix} = \vec{v}(t=0) = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}$$

d'où

$$\boxed{\begin{aligned} v_x(t) &= v_0\cos\alpha \\ v_y(t) &= 0 \\ v_z(t) &= \frac{qE}{m}t - v_0\sin\alpha \end{aligned}}$$

Calcul de $\vec{OM}$; $\vec{v} = \dfrac{d\vec{OM}}{dt}$

$v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0\cos\alpha$

$v_y = \dfrac{dy}{dt} = 0$

$v_z = \dfrac{dz}{dt} = \dfrac{qE}{m}t - v_0\sin\alpha$

$x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t + C_4$
$y(t) = C_5$
$z(t) = \dfrac{qE}{2m}t^2 - (v_0\sin\alpha)\,t + C_6$

constantes

Condition initiale sur $\vec{OM}$:

$$\vec{OM}(t=0) = \vec{OO} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= v_0\cos\alpha\; t \\ y(t) &= 0 \\ z(t) &= \frac{qE}{2m}t^2 - v_0\sin\alpha\; t \end{aligned}}$$

équations horaires du mvt

équation de la trajectoire : on élimine le temps des équations horaires

$t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$

$z = \dfrac{qE}{2m}\left(\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 - \cancel{v_0}\sin\alpha\left(\dfrac{x}{\cancel{v_0}\cos\alpha}\right)$

$$\boxed{z = \frac{qE}{2mv_0^2\cos^2\alpha}x^2 - x\tan\alpha}$$

(2) il faut faire attention que la charge change de signe entre un électron et un proton. Pour le neutron, il n'y a pas de force électrique, seulement son poids qui est très faible, donc influence plus faible du poids sur le neutron. D'où sa trajectoire.