CORRECTION Exercice 5.4

① même début que l'exercice 5.2.

$\vec{v}$ est tel que $v_x(t) = C_1$, $v_y(t) = C_2$, $v_z(t) = -gt + C_3$ ← constantes

La condition initiale sur $\vec{v}$ change : $\vec{v}(t=0) = v_0 \vec{k} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{vmatrix}$

$\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -gt + v_0 \end{vmatrix}$

Calcul de $\vec{OM}$: $v_x = \frac{dx}{dt} = 0 \quad x(t) = C_4$

$v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \quad y(t) = C_5$

$v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + C_6$

Condition initiale sur $\vec{OM}$: $\vec{OM}(t=0) = \vec{0} = \begin{vmatrix} C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

d'où $\underline{z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t}$

② ~~$z(t) = t\left(-\frac{1}{2}gt + v_0\right)$~~ inutile.

On cherche t / $z(t) = -H = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$ soit $\underline{\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t - H = 0}$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-v_0)^2 - 4\left(\frac{1}{2}g\right)(-H) = v_0^2 + 2gH \geqslant 0$ il y a toujours au moins une solution.

$$t_\pm = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{2\times\left(\frac{1}{2}g\right)} = \frac{v_0 \pm v_0\sqrt{1 + \frac{2gH}{v_0^2}}}{g}$$

On cherche une valeur $t \geqslant 0$ donc t_- n'a pas de sens.

$$\underline{t_+ = \frac{v_0}{g}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2gH}{v_0^2}}\right]}$$

A.N. $t = \frac{1.0}{9.81}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2\times 9.81 \times 10}{1.0^2}}\right]$

$\underline{t = 1.5\ \text{s}}$

③ On obtient une valeur supérieure à l'exercice 5.2, cohérent avec le fait que la pierre est lancée vers le haut.

Rmq : $\left[\frac{gH}{v_0^2}\right] = \frac{[g]\times[H]}{[v_0]^2} = \frac{L.T^{-2} \times L}{(L.T^{-1})^2} = 1$

$\left[\frac{v_0}{g}\right] = \frac{[v_0]}{[g]} = \frac{L.T^{-1}}{L.T^{-2}} = T$ ce qui est bien homogène à t_+. $([t_+] = T)$.