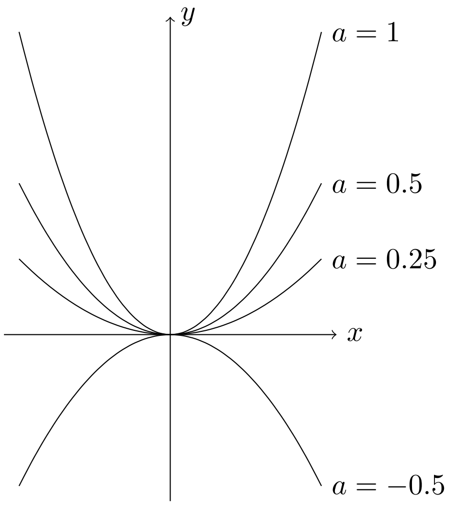
# Quelques résultats sur les paraboles

G. Légaut, 2017

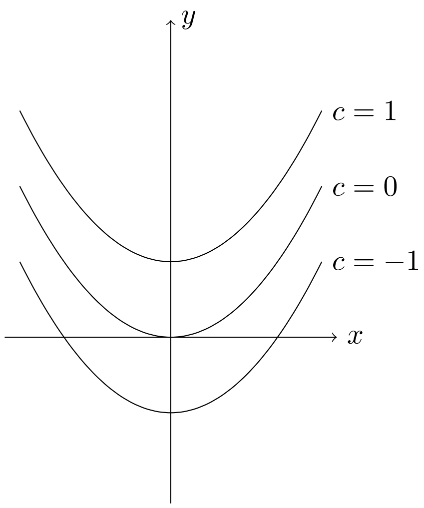
L'équation $y = ax^2$ décrit une courbe appelée *parabole*.



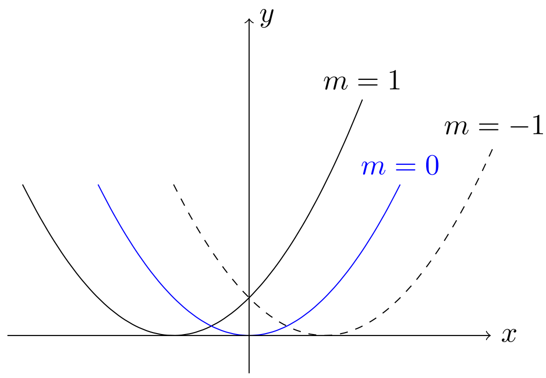

Le signe du paramètre $a$ donne la **concavité** de la parabole :

- $a > 0$ : concavité tournée vers le haut
- $a < 0$ : concavité tournée vers le bas

Le paramètre $c$ dans $y = ax^2 + c$ permet de jouer sur l'altitude de la parabole :




Si on fait un changement de variable $x \to x + m$, l'équation $y = x^2$ devient $y = (x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2$, ce qui introduit le terme en degré 1 en $x$ (le terme $2mx$).




Pour une parabole $y = ax^2 + bx + c$, on voit que le terme en $bx$ déplace latéralement la parabole (vers la droite, si le coefficient $b$ est négatif, et vice-versa).

On note $S(x_s, y_s)$ le sommet de la parabole et $f(x) = ax^2 + bx + c$. Cette fonction est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ :

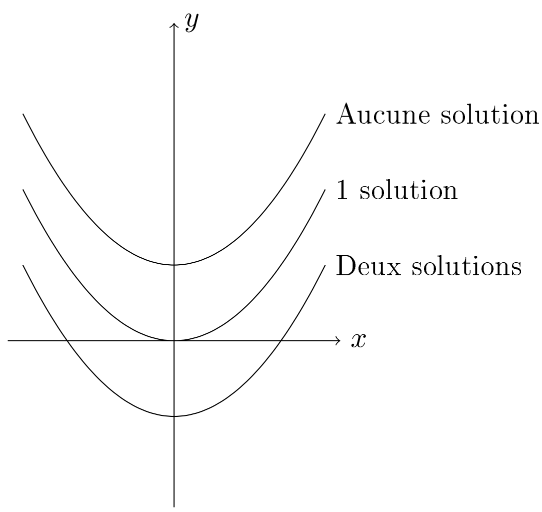
$$f'(x) = 2ax + b$$

La dérivée s'annule en $f'(x_s) = 0 = 2ax_s + b$, soit $x_s = -b/2a$. On reporte pour obtenir $y_s = f(x_S) = c - b^2/4a$.

$$\text{Sommet } S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a} + c\right)$$

En $x_s$, $f'(x_s) = 0$, donc la tangente est horizontale.

L'équation $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ admet aucune, une ou deux solutions suivant les cas :



**Résumé**

- $y = ax^2 + bx + c$
- le signe de $a$ donne la concavité de la parabole
- le paramètre $b$ joue sur le décalage latéral de la parabole (vers les x croissants si $b < 0$)
- le paramètre $c$ joue sur l'altitude de la parabole
- L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet aucune, une ou deux solutions suivant les cas
- tangente horizontale au sommet
- les coordonnées du sommet $S$ sont

$$S \quad \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a} + c\right)$$