

Solution 7

Les 2 couples de l'eau sont $H_3O^+ / (H_2O)$ et H_2O / HO^- .
L'acide AH va réagir avec l'eau en tant que base, soit le 1^{er} couple.

	AH	+	H ₂ O	$\rightleftharpoons$	H ₃ O ⁺	+	A ⁻
E.I.	CV		/		0		0
					x		x
en cours	CV - x		/				
					x _f		x _f
E.F.	CV - x _f		/				

$$K_A = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[AH]}$$

On note $h = [H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$

$[A^-] = h$ et $[AH] = \frac{CV - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - h$.

$$K_A = \frac{h^2}{C - h}$$

ce qui correspond à l'équation $K_A (C - h) = h^2$

ou encore $\frac{h^2 + K_A h - K_A C}{ax^2 + bx + c} = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = K_A^2 + 4K_A C = 4,01 \times 10^{-6} > 0$ il y a donc 2 solutions

$x_{\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ la valeur négative n'a aucune signification.

$x_+ = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-K_A + \sqrt{4,01 \times 10^{-6}}}{2} = 9,5 \times 10^{-4}$

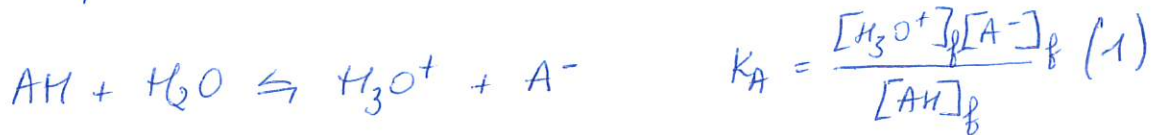
d'où $h = [H_3O^+]_f = 9,5 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$ soit $pH = 3,0$.

(Rmq : $-\log C = 2 \neq pH$ donc AH est un acide faible).

(Rmq : utilisation du solveur sur infogl. free. fr / ouangelas / solveur. Rtml
valeur constante d'équilibre 10^{-4} On résoud ici $K_A = \frac{h^2}{C - h}$
numérateur : $x \times x$ donc $x \leftrightarrow h$
dénominateur : $0,01 - x$
 $x_{\max} : 0,01$
 $x_{\min} : 0$ → donne $x_f = 9,5 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$)

(Rmq : on trouve bien $pH < 6,5$ donc l'autoprotolyse de l'eau est bien négligeable).

Solution 7 (suite) - Pour ceux qui font des sciences en post bac -
Que se passerait-il si on ne néglige pas l'autoprotolyse de l'eau ?



on écrit aussi l'électroneutralité de la solution : $[H_3O^+]_f = [A^-]_f + [HO^-]_f \quad (3)$

et la conservation de la partie A de l'acide AH et de la base A⁻

$$C = [AH]_f + [A^-]_f \quad (4)$$

Il suffit de résoudre :-)! Je pose $h = [H_3O^+]_f$ et j'exprime toutes concentrations en fonction de h.

$$(2) \Leftrightarrow [HO^-]_f = \frac{K_e}{h}$$

$$(3) \Leftrightarrow [A^-]_f = h - [HO^-]_f = h - \frac{K_e}{h} = [A^-]_f$$

$$(4) \Leftrightarrow [AH]_f = C - [A^-]_f = C - h + \frac{K_e}{h} = [AH]_f$$

On reporte tout dans (1) :

$$(1) \Leftrightarrow \boxed{K_A = \frac{h \times (h - K_e/h)}{C - h + \frac{K_e}{h}}} \Leftrightarrow \left[K_A \left(C - h + \frac{K_e}{h} \right) = h \left(h - \frac{K_e}{h} \right) \right] \times h$$

$$\Leftrightarrow K_A (Ch - h^2 + K_e) = h^2 (h^2 - K_e)$$

$$\Leftrightarrow K_A Ch - K_A h^2 + K_A K_e = h^3 - h K_e$$

$$\Leftrightarrow h^3 + K_A h^2 - (K_A C + K_e) h - K_A K_e = 0$$

il faut donc résoudre un polynôme de degré 3 égal à 0.

→ infogl.free.fr/vaugelas/solveur.html

valeur constante équilibre : $1e-4$

numérateur : $x \times (x - 1e-14/x)$

dénominateur : $0,01 - x + 1e-14/x$

recherche entre $1e-16$ et $0,01$

on trouve $h = 9,5 \times 10^{-4}$
mol/L

comme dans l'autre cas.

On calcule $\frac{K_e}{h}$

donc si $h=0$

alors problème