Solution 1

Notre oreille est sensible à L (en dB) mais pas à I.

① $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

L : dB ; I : $W.m^{-2}$; I_0 : $1{,}0 \times 10^{-12}\ W.m^{-2}$

② il y a plusieurs réponses possibles :

1 – en physique, on sait ajouter des énergies mais pas des logarithme d'énergie ($\log E_1 + \log E_2 = \log(E_1 \times E_2)$) car multiplier des énergies entre elles n'a pas de sens.

2 – $L_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = \log\left(I_1/I_0\right)^{10}$ $\quad L_2 = \log\left(I_2/I_0\right)^{10}$

$L_1 + L_2 = \log\left(\frac{I_1 \times I_2}{I_0^2}\right)^{10}$

cette quantité n'a pas beaucoup de sens.

③ $\underline{I = I_0 \times 10^{L/10}}$

④ I étant l'énergie transportée par l'onde par unité de temps et de surface, on peut ajouter des énergies.

$I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10} = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{30/10} = 10^{-9}\ W.m^{-2}$ $\quad (L_1 = 30\ dB)$

$I_2 = I_0 \times 10^{L_2/10} = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{60/10} = 10^{-6}\ W.m^{-2}$ $\quad (L_2 = 60\ dB)$.

$I = I_1 + I_2 = 10^{-6} + 10^{-9} = 10^{-6}(1 + 0.001) = 1{,}001 \times 10^{-6}\ W.m^{-2}$

$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(1.001 \times \frac{10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10 \log(1.001 \times 10^{6}) = \underline{60{,}004\ dB}$

Avec une échelle logarithmique, un écart de 1 sur L correspond à un facteur de 10 sur I. Si on tient compte du coefficient 10 dans la déf. de L, alors un écart de 10 sur L correspond en fait à un facteur 10 sur I.

⑤ $L_1 = 30\ dB$ $\quad I_1 = 10^{-9}\ W.m^{-2}$ d'après ④

$I = 2 I_1 = 2 \times 10^{-9}\ W.m^{-2}$

$L = 10 \log\left(2 \times \frac{10^{-9}}{10^{-12}}\right)$

$= 10 \log 2 + 10 \log \frac{10^{-9}}{10^{-12}}$

$= 30 + 3 = \underline{33\ dB}$

solution 1 (suite)

6) $L_2 = 60\ dB$ $\quad I_2 = 10^{-6}\ W.m^{-2}$ d'après 4)

$I = 2I_2 = 2\times 10^{-6}\ W.m^{-2}$ $\quad L = 10 \log\left(\dfrac{2\times 10^{-6}}{10^{-12}}\right) = \underline{63\ dB}.$

7) Soit une intensité sonore I_1 associée à $L_1 = 10 \log\left(\dfrac{I_1}{I_0}\right)$.

Soit $I = 2I_1$ alors $L = 10 \log \dfrac{I}{I_0}$

$$= 10 \log\left(2 \frac{I_1}{I_0}\right) = \underbrace{10 \log 2}_{+3\,dB} + \underbrace{10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)}_{L_1}$$

car $\log(ab) = \log a + \log b$

$$\underline{L = L_1 + 3\ dB}$$

Doubler n'importe valeur d'intensité sonore revient à ajouter 3 dB.