Définition des interférences

Définition : il y a interférence lorsque l'intensité de l'onde résultante n'est pas la somme des intensités des ondes.

La définition des interférences vue en cours n'est pas simple à comprendre car il faut comprendre la différence entre amplitude d'une onde et intensité d'une onde. Dans ce document, on explique en détail le calcul de la formule des interférences correspondant à ce qui a été vu en cours (niveau actuel 1ère année de CPGE).

1 Formules de trigonométrie

On rappelle que

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \tag{1}$$
$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \tag{2}$$
$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \tag{3}$$

et que si λ et μ sont des réels,

$$\lambda \cos(x) + \mu \sin(x) = a \cos(x - \theta) \tag{4}$$

si $a = |\lambda + i\mu|$ et $\theta = \arg(\lambda + i\mu)$.

2 Superposition de 2 ondes

On superpose deux ondes représentées par les signaux

$$\begin{aligned} s_1(M,t) &= a_1 \cos(\omega t - kr_1 + \psi_1) = a_1 \cos(\omega t + \phi_1) \\ s_2(M,t) &= a_2 \cos(\omega t - kr_2 + \psi_2) = a_2 \cos(\omega t + \phi_2) \end{aligned}$$

On souhaite écrire la superposition de ces 2 signaux sous la forme $s_1 + s_2 = a\cos(\omega t - \theta)$.

$$\begin{aligned} s_1(M,t) &= a_1 \cos(\omega t + \phi_1) = a_1[\cos(\omega t)\cos\phi_1 - \sin(\omega t)\sin\phi_1] \\ s_2(M,t) &= a_2 \cos(\omega t + \phi_2) = a_2[\cos(\omega t)\cos\phi_2 - \sin(\omega t)\sin\phi_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 &= [a_1 \cos\phi_1 + a_2 \cos\phi_2]\cos(\omega t) \\ &\quad - [a_1 \sin\phi_1 + a_2 \sin\phi_2]\sin(\omega t) \\ &= \lambda\cos(\omega t) + \mu \sin(\omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda^2 + \mu^2 &= a_1^2 \cos^2\phi_1 + a_2^2\cos^2\phi_2 + 2a_1a_2\cos\phi_1\cos(\phi_2) \\ &\quad + a_1^2\sin^2\phi_1 + a_2^2\sin^2\phi_2 + 2a_1a_2\sin\phi_1\sin(\phi_2) \\ &= a_1^2(\cos^2\phi_1 + \sin^2\phi_1) \\ &\quad + a_2^2(\cos^2\phi_2 + \sin^2\phi_2) \\ &\quad + 2a_1a_2^2(\cos\phi_1\cos\phi_2 + \sin\phi_1\sin\phi_2) \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\phi_1 - \phi_2) = a^2 \end{aligned}$$

Pour la suite, on note $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ et $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\Delta\phi)}$.

Si on simplifie en supposant que $a_1 = a_2 = a_0$ (les 2 ondes ont même amplitude), alors

$$\begin{aligned} a^2 &= \sqrt{a_0^2 + a_0^2 + 2a_0^2 \cos(\Delta\phi)} \\ &= \sqrt{2a_0^2 + 2a_0^2 \cos(\Delta\phi)} \\ &= \sqrt{2a_0^2(1 + \cos(\Delta\phi))} \end{aligned}$$

On appelle **intensité** I de l'onde la quantité a^2, soit $I_0 = a_0^2$ et $I = a^2$:

$$\begin{aligned} I &= 2a_0^2(1 + \cos(\Delta\phi)) \\ &= 2I_0(1 + \cos(\Delta\phi)) \end{aligned}$$

Explication de la définition des interférences :
Si les ondes n'interfèrent pas, alors $I = I_0 + I_0 = 2I_0$ si elles ont la même amplitude.
Si les ondes interfèrent, alors $I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\phi)) \neq I_0 + I_0$ d'où la définition donnée.