

Solution 10

$$z = \frac{mg}{k} \left(-\frac{m}{k} e^{-\frac{kt}{m}} - t + \frac{m}{k} \right) + H$$

$$\begin{aligned} [z] &= [H] = L \\ [m] &= M \\ [t] &= T \\ [g] &= L.T^{-2}. \end{aligned}$$

la fonction exponentielle a un argument $-\frac{kt}{m}$ qui ne doit pas avoir de dimension soit $[\frac{kt}{m}] = 1 = [k] \times \frac{T}{M}$ donc $[k] = \frac{M}{T}$.

Est-ce compatible avec le reste ?

$$\left[\frac{m}{k} \right] = \frac{M}{\frac{M}{T}} = T \quad \text{donc la parenthèse est homogène à un temps } T.$$

$$\left[\frac{mg}{k} \right] = \frac{M \times L.T^{-2}}{\frac{M}{T}} = \frac{L}{T} \quad \Rightarrow$$

$$\left[\frac{mg}{k} \left(\text{---} \right) \right] = \frac{L}{T} \times T = L$$

donc on a bien que $z = \text{longueur} + \text{longueur}$. La relation est homogène si $[k] = \frac{M}{T}$ (k a la dimension d'une masse divisée par un temps).